بسم الله الرحمن الرحیم

فیزیک پیش

دانشگاه آزاد اسلامی

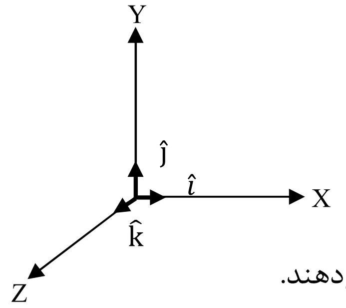
واحد خفر

تابستان ۱۳۹۴

فصل اول

حرکت شناسی

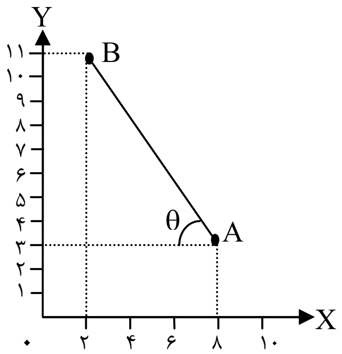
حرکت شناسی: چگونگی حرکت یک جسم را بیان می‌کند.



دستگاه مختصات دکارتی: برای نمایش هر نقطه در فضا از ۳ محور عمود بر هم (X,Y,Z) استفاده می‌کنند که این ۳ محور عمود بر هم دستگاه مختصات دکارتی را تشکیل می‌دهند. جهت هر محور مختصات با یک بردار یکه (بردار واحد) مشخص می‌شود. بردار یکه محور X با $\hat{\imath}$ ، بردار یکه محور Y با $\hat{\jmath}$ و بردار یکه محور Z با $\hat{k}$ نشان می‌دهند.

بردار مکان یک نقطه: برداری است که از مبدا مختصات به مکان آن نقطه از مسیر متصل می‌شود.

بردار جابه‌جایی: برداری است که نقطه‌ی ابتدایی و انتهایی مسیر را بین آن دو نقطه به یکدیگر متصل می‌کند. بردار جابه‌جایی نتیجه‌ی تفاضل بردار مکان آن دو نقطه است.



تمرین ۱:

در شکل مقابل اندازه و جهت بردار جابه‌جایی هواپیما از A تا B به دست آورید.

حل:

بردار مکان نقطه B: $\vec{r}_B = ۲\hat{\imath} + ۱۱\hat{\jmath}$ بردار مکان نقطه A: $\vec{r}_A = ۸\hat{\imath} + ۳\hat{\jmath}$

بردار جابه‌جایی $\overrightarrow{AB}$: $\Delta\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (X_B - X_A)\hat{\imath} + (Y_B - Y_A)\hat{\jmath}$

$$\rightarrow \Delta\vec{r}_{AB} = (۲ - ۸)\hat{\imath} + (۱۱ - ۳)\hat{\jmath} = -۶\hat{\imath} + ۸\hat{\jmath}$$

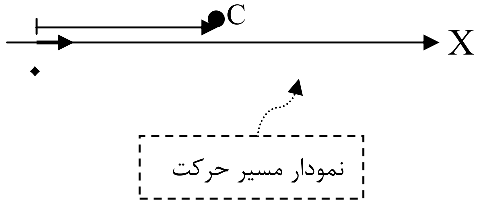
جهت بردار جابه‌جایی: $tan\theta = \frac{\Delta\vec{r}_{Y,AB}}{\Delta\vec{r}_{X,AB}} = \frac{۸}{-۶} = -۱/۳۳$

با توجه به شکل جواب $\theta = ۱۴۳^{\circ}$ صحیح می‌باشد.

حرکت در یک بعد:

هرگاه جسم فقط بر روی یکی از محورهای مختصات حرکت کند، حرکت را یک بعدی می‌گوییم.

بردار مکان نقطه C : $\vec{r} = x_c\,\hat{\imath}$



معادله‌ی حرکت:

هرگاه جسم روی محور X حرکت کند، در هر لحظه بردار مکان آن تغییر می‌کند. برای توصیف حرکت جسم، یعنی برای مشخص کردن بردار مکان جسم در لحظه‌ی t کافی است که x را به صورت تابعی از زمان داشته باشیم:

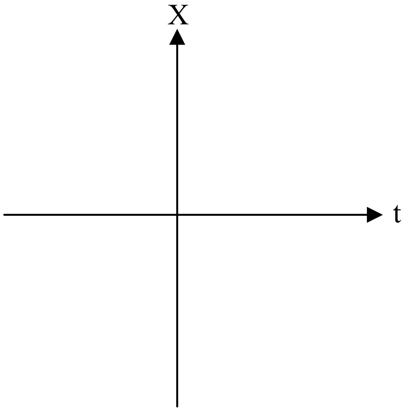
$$x = f_x(t) \quad \rightarrow \quad \vec{r} = f_x(t)\,\hat{\imath}$$

تمرین ۲:

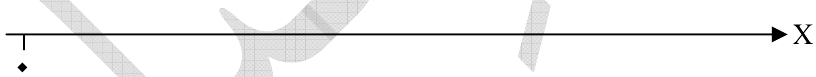
نمودار حرکت جسمی در یک بعد در SI با رابطه‌ی $x = -t^{۲} + ۶t - ۸$ بیان شده است.

الف) نمودار مکان - زمان آن را رسم کنید.

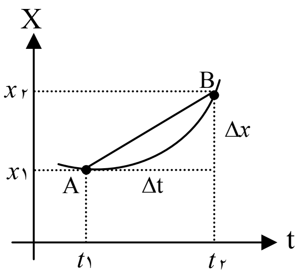
t	x
۰	-۸



ب) بردار مکان جسم را در زمان‌های $t = ۰\,,۱\,,۳\ (s)$ روی محور X نمایش دهید.



سرعت متوسط جسم متحرک بر روی خط راست:



شکل روبرو نمودار مکان-زمان جسمی را نشان می‌دهد. متحرک در لحظه‌ی $t_۱$ در مکان $x_۱$ (نقطه A) و در در لحظه‌ی $t_۲$ در مکان $x_۲$ است (نقطه B). در این شکل $\Delta x = x_۲ - x_۱$ مقدار جابه‌جایی جسم متحرک در بازه‌ی زمانی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ نشان می‌دهد.

نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ که شیب خط AB در نمودار مکان-زمان است، سرعت متوسط متحرک نامیده می‌شود. این کمیت را با $\bar{v}_{\mathrm{x}}$ نشان می‌دهیم. (زیر نویس x نشان می‌دهد که حرکت در راستای محور X انجام می‌شود.)

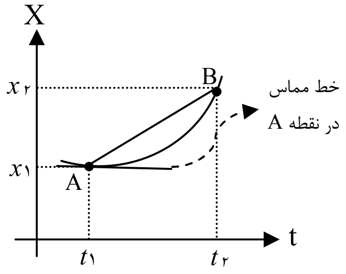
$$\bar{v}_{\mathrm{x}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

تمرین ۳:

معادله‌ی حرکت جسمی یک بعدی در SI به صورت $x = t^{۴} - ۴$ می‌باشد.

سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

سرعت لحظه‌ای جسم متحرک بر روی خط راست:



هنگامی که $t_۲$ به $t_۱$ نزدیک شود، یعنی وقتی Δt به سمت صفر میل کند، نسبت $\bar{v}_\text{x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، حد سرعت متوسط در نقطه‌ی $t_۱$ را نشان می‌دهد. پس سرعت لحظه‌ای حد سرعت متوسط است هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند.

$$v_\text{x} = \lim_{\Delta t \to ۰} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

معادله‌ی سرعت:

اگر $x = f_x(t)$ مشخص با باشد می‌توان v_x به صورت تابعی از زمان به دست آورد. این تابع معادله‌ی سرعت نامیده می‌شود.

$$v_\text{x} = x' = f'_x(t)$$

بردار سرعت:

با توجه به معادله‌ی سرعت، بردار سرعت حرکت یک بعدی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{\text{v}} = v_\text{x}\,\hat{\text{i}}$$

تمرین ۴:

معادله‌ی حرکت جسمی یک بعدی در SI به صورت $x = ۲t^۲ + ۱$ می‌باشد.

الف) معادله‌ی سرعت آن را به دست آورید.

ب) نمودار مکان- زمان و سرعت-زمان متحرک در ۴ ثانیه اول را به دست آورید.

پ) سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۴\,s$ به دست آورید.

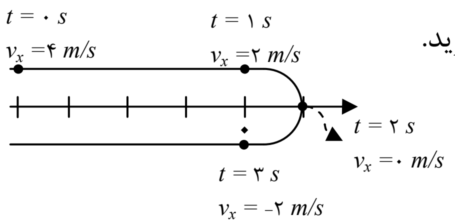
تمرین ۵:

معادله‌ی حرکت جسمی یک بعدی در SI به صورت $x = -t^۲ + ۴t - ۳$ می‌باشد.

الف) معادله‌ی سرعت آن را به دست آورید.

ب) نمودار مکان- زمان و سرعت-زمان متحرک در ۴ ثانیه اول را به دست آورید.

پ) نمودار مسیر حرکت جسم را رسم و چگونگی حرکت را توصیف کنید.



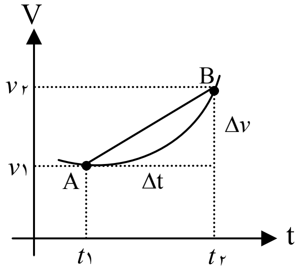
حل قسمت پ) با توجه به نمودار در لحظه‌ی $t = ۲\,s$ سرعت متحرک صفر می‌شود و متحرک در این لحظه در خلاف جهت محور x شروع به حرکت می‌کند و v_x منفی می‌شود.

در برگشت سرعت متحرک زیاد می‌شود و در لحظه‌ی مجددا از مبدا می‌گذرد.

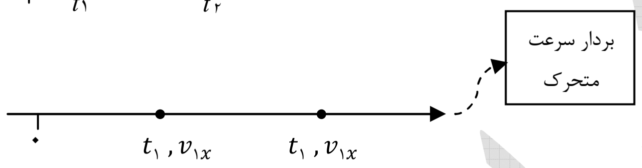
نکته: برای به دست آوردن لحظه‌ی تغییر جهت یک متحرک کافی است ریشه‌های معادله‌ی سرعت-زمان آن را به دست آوریم و بررسی کنیم که قبل و بعد از این زمان تغییر علامت برای سرعت متحرک رخ می‌دهد یا نه.

در تمرین 5 اگر ریشه‌ی معادله‌ی سرعت ($x' = -2t + 4 = 0$) به دست آوریم برابر $t = 2s$ می‌شود. چون در $t = 1s$ سرعت مثبت و در $t = 3\,s$ سرعت منفی می‌باشد پس $t = 2s$ لحظه‌ای است که متحرک تغییر جهت می‌دهد.

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای:



هنگامی که سرعت جسم تغییر می‌کند، حرکت را شتاب‌دار می‌گویند. در شکل روبرو نمودار سرعت-زمان یک حرکت شتاب‌دار و همچنین بردار سرعت متحرک در زمان‌های t_1 و t_2 نشان داده شده است.



نسبت تغییر سرتع متحرک ($\Delta v_x = v_2 - v_2$) در بازه‌ی زمانی Δt ($\frac{\Delta v_x}{\Delta t}$) را که شیب خط AB در نمودار سرعت-زمان است، شتاب متوسط متحرک در این بازه‌ی زمانی می‌نامند.

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

هنگامی که Δt بسیار کوچک شود خط AB در نقطه‌ی A بر نمودار سرعت-زمان مماس می‌گردد. شیب خط مماس بر نمودار در نقطه‌ی A را شتاب لحظه‌ای جسم در لحظه‌ی t_1 می‌نامند.

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

بردار شتاب یک بعدی:

$$\vec{a} = a_x \hat{i}$$

تمرین ۶:

معادله‌ی حرکت جسمی یک بعدی در SI به صورت $x = t^3 - 6t^2 + 9t$ بیان شده است.

الف) شتاب متوسط آن را در بازه‌ی ۱ تا ۲ ثانیه به دست آورید.

ب) شتاب آن را در لحظه‌های $t = 0s$ و $t = 1s$ پیدا کنید.

معادلات اساسی حرکت با شتاب ثابت:

معادله مکان	$x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + v_{.x}t + x_.$ or $\Delta x = \frac{۱}{۲}a_x t^۲ + v_{.x}t$
معادله سرعت متحرک	$v_x = a_x t + v_{.x}$
معادله مستقل از زمان	$v_x^۲ - v_.^۲ = ۲a_x \Delta x$

تمرین ۷:

خودرویی با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. راننده ترمز می‌کند و سرعت خودرو با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ کاهش می‌یابد.

الف) چه زمانی طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟

ب) در این بازه زمانی خودرو چه مسافتی را طی می‌کند؟

حرکت سقوط آزاد:

این حرکت نمونه‌ی حرکت با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیم است. شتاب این حرکت در خلا برابر شتاب گرانش g و جهت آن رو به پایین است.

معادلات اساسی حرکت سقوط آزاد: (جهت محور Y رو به بالا در نظر می‌گیریم.)

معادله مکان	$y = -\frac{۱}{۲}\text{g}t^۲ + v_{.y}t + y_.$
معادله سرعت متحرک	$v_y = -\text{g}t + v_{.y}$
معادله مستقل از زمان	$v_y^۲ - v_{.y}^۲ = -۲\text{g}(y - y_.)$

تمرین ۷:

سنگی با سرعت $۲۰\ \frac{m}{s}$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. $(\text{g} = ۱۰\ \frac{m}{s^۲})$

الف) چه زمانی طول می‌کشد تا سنگ به بالاترین ارتفاع برسد؟

ب) سنگ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

پ) سرعت سنگ در این نقطه چقدر است؟

حرکت در دو بعد یا حرکت در صفحه:

بردار مکان جسم: $\vec{r} = x\,\hat{i} + y\,\hat{j}$

معادله‌ی حرکت دو بعدی: اگر $x=f(t)$ و $y=g(t)$ باشد، برای بردار مکان دو بعدی متحرک می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{r} = f(t)\ \hat{\imath}\ + g(t)\,\hat{\jmath}$$

بردار جابه‌جایی:

اگر متحرکی در لحظه‌ی $t_۱$ در نقطه A (با بردار مکان $\overrightarrow{r_۱}$) و در لحظه‌ی $t_۲$ در نقطه B (با بردار مکان $\overrightarrow{r_۲}$) باشد، برداری که از A به B رسم می‌کنیم، جابه‌جایی (تغییر مکان) جسم را در بازه‌ی زمانی $\Delta t=t_۲-t_۱$ نمایش می‌دهد.

$$\Delta\vec{r} = (x_۲ - x_۱)\,\hat{\imath}\ +\ (y_۲ - y_۱)\,\hat{\jmath}\ =\ (\Delta x)\,\hat{\imath}\ +\ (\Delta y)\,\hat{\jmath}$$

سرعت متوسط:

$$\vec{\bar{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\,\hat{\imath}\ +\ \frac{\Delta y}{\Delta t}\,\hat{\jmath} = \bar{v}_x\,\hat{\imath}\ +\ \bar{v}_y\,\hat{\jmath}$$

سرعت لحظه‌ای:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to ۰}\vec{\bar{v}} = \lim_{\Delta t\to ۰}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} = v_x\,\hat{\imath}\ + v_y\,\hat{\jmath}$$

شتاب متوسط:

$$\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\,\hat{\imath}\ +\ \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\,\hat{\jmath} = \bar{a}_x\,\hat{\imath}\ +\ \bar{a}_y\,\hat{\jmath}$$

شتاب لحظه‌ای:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to ۰}\vec{\bar{a}} = \lim_{\Delta t\to ۰}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^۲r}{dt^۲} = a_x\,\hat{\imath}\ + a_y\,\hat{\jmath}$$

تمرین ۸:

معادله‌ی حرکت دو بعدی جسمی در به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x = ۲۰\ t^۲ \\ y = -۵\ t^۳ \end{cases}$$

بردارهای سرعت و شتاب این جسم را در لحظه‌ی $t = ۱s$ به دست آورید.

آیا این دو بردار با هم همجهت هستند؟

پاسخ: تعیین بردار سرعت در $t = ۱s$:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = ۴۰t \xRightarrow{t=۱s} v_x = ۴۰\ m/s$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -۱۵\ t^۲ \xRightarrow{t=۱s} v_y = -۱۵\ m/s$$

$$\xRightarrow{t=۱s}\quad \vec{v} = ۴۰\hat{\imath} - ۱۵\,\hat{\jmath}\ \ (m/s)$$

تعیین بردار شتاب در $t = ۱s$:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = ۴۰ \xRightarrow{t=۱s} a_x = ۴۰\ m/s^۲$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -۳۰\ t \xRightarrow{t=۱s} a_y = -۳۰\ m/s^۲$$

$$\xRightarrow{t=۱s} \quad \vec{a} = ۴۰\hat{i} - ۳۰\ \hat{j}\ \ (m/s^۲)$$

زاویه‌هایی که بردار سرعت و شتاب در لحظه‌ی $t = ۱s$ با محور افقی می‌سازند به ترتیب برابرند با:

$$tan\theta_۱ = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-۱۵}{۴۰} \Longrightarrow \theta_۱ = \ tan^{-۱}\frac{-۳}{۸} \cong \ -۷^\circ$$

$$tan\theta_۲ = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-۳۰}{۴۰} \Longrightarrow \theta_۲ = \ tan^{-۱}\frac{-۳}{۴} \cong \ -۳۷^\circ$$

با مقایسه‌ی زاویه‌های $\theta_۱$ و $\theta_۲$ می‌توان نتیجه گرفت که بردارهای سرعت و شتاب در این لحظه همجهت نیستند.

فصل دوم

دینامیک

دینامیک: رابطه‌ی بین حرکت و نیرو را توصیف می‌کند.

قانون‌های نیوتن

قانون‌های نیوتن از جمله قانون‌های اساسی و بنیادی در دانش فیزیک به شمار می‌روند و بسیاری از پدیده‌های فیزیکی اطراف ما از این قانون پیروی می‌کنند.

قانون اول نیوتون (قانون لختی یا اینرسی)**:** هر جسمی حالت سکون و یا حرکت یکنواخت خود را روی خط راست حفظ می‌کند، مگر آنکه تحت تاثیر نیرو یا نیروهایی مجبور به تغییر مسیر شود.

قانون دوم نیوتون (قانون نیرو)**:** نیروی برآیند وارد بر جسم برابر است با حاصل‌ضرب جسم در شتاب آن

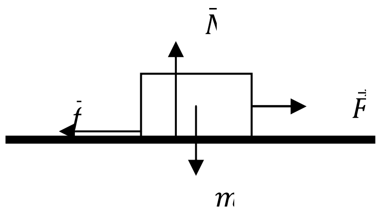
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \implies \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

قانون اول نیوتون (عمل و عکس‌العمل یا کنش و واکنش): هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم هم به جسم اول نیرویی **هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف سوی آن** وارد می‌کند.

تمرین ۱: صندوقی به جرم ۱۰ کیلوگرم روی یک سطح افقی با ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۴ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۲ قرار دارد. نیروسنجی را به صندوق وصل می‌کنیم و آن را می‌کشیم.

الف) نخست با نیرویی برابر با ۲۰ نیوتون صندوق را می‌کشیم. آیا صندوق شروع به حرکت می‌کند؟ در این حالت نیروی اصطکاک بین صندوق و سطح چه مقدار است؟

ب) نیروی وارد بر صندوق را به ۶۰ نیوتون می‌رسانیم، در این حالت نیروی اصطکاک چه مقدار است؟ شتاب حرکت صندوق را در این حالت پیدا کنید.



پاسخ: **الف)** برای آنکه جسمی به حرکت درآید باید نیروی وارد بر آن از نیروی اصطکاک در آستانه حرکت (f_{max}) بیشتر باشد.

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow \mathrm{N} = \mathrm{mg} = ۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰\mathrm{N}$$

$$f_{\mathrm{s,max}} = \mu_{\mathrm{s}}\mathrm{N} = ۰/۴ \times ۱۰۰ = ۴۰N$$

در این حالت چون نیروی وارد شده از نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت کمتر است صندوق ثابت می‌ماند و در نتیجه شتاب حرکت آن صفر است. بنابر قانون دوم نیوتون داریم:

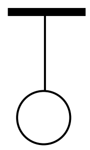
$$\sum F_x = \mathrm{ma} \Rightarrow \mathrm{F}_۱ - \mathrm{f_s} = \mathrm{ma} = ۰ \Rightarrow \mathrm{f_s} = ۲۰\ N$$

ب) در این حالت چون چون نیروی وارد شده از نیروی اصطکاک در آستانه‌ی حرکت بیشتر است، جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک، جنبشی است و با استفاده از رابطه‌ی $f_{\mathrm{k}} = \mu_{\mathrm{k}}\mathrm{N}$ محاسبه می‌شود.

$$f_{\mathrm{k}} = ۰/۲ \times ۱۰۰ = ۲۰N$$

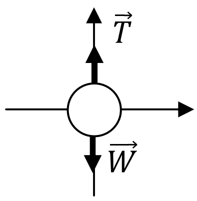
برای محاسبه‌ی شتاب حرکت، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

تمرین ۱:



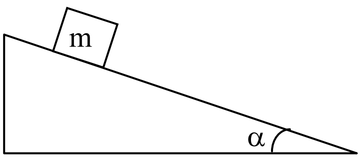
جسمی به جرم m=۱۲ کیلوگرم را با طنابی که جرم آن ناچیز است، مطابق شکل روبرو می‌آویزیم. نیروهای وارد بر جسم را تعیین و مقدار هر یک را به دست آورید.

پاسخ) نیروهای وارد بر جسم عبارتند از: نیروی وزن از طرف زمین و نیروی وارد شده از طرف طناب. چون جسم ساکن است باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. در شکل روبرو نیروهای وارد بر جسم در راستای محور Y مشخص شده‌اند، پس بنا بر قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

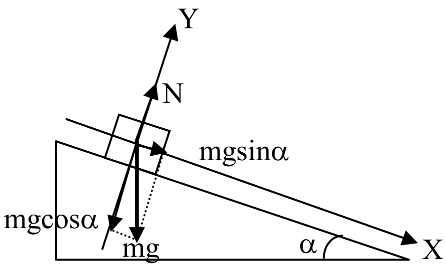


$$T - mg = ma \quad \Rightarrow T = mg = ۱۲ \times ۱۰ = ۱۲۰\ N$$

تمرین ۲:



جسمی به جرم m را روی سطح شیب‌داری که با افق زاویه α می‌سازد قرار می‌دهیم. الف) شتاب حرکت جسم و نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کنید. (در این قسمت اصطکاک را نادیده بگیرید) ب) اگر در اثر نیروی اصطکاک، جسم روی سطح ساکن بایستد، نیروی اصطکاک را محاسبه کنید.



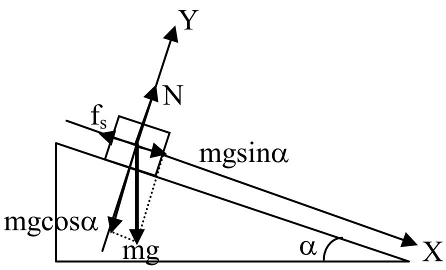
پاسخ) الف: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

با توجه به قانون دوم نیوتون در راستای محور x داریم:

$$F_x = mg\sin\alpha = ma \Rightarrow a = g\sin\alpha$$

جسم در راستای محور Y حرکتی ندارد. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$F_y = ۰ \Rightarrow \mathrm{N} - mg\cos\alpha = ۰ \Rightarrow \mathrm{N} = mg\cos\alpha$$



ب:

$$F_x = ۰ \rightarrow mg\sin\alpha - f_s = ۰ \Rightarrow f_s = mg\sin\alpha$$

تکانه:

تکانه یک جسم حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن است. تکانه را با $\vec{P}$ نشان می‌دهند و یکای آن کیلوگرم متر بر ثانیه ($\frac{kgm}{s}$) است. بنابر این:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

رابطه بین نیرو و تکانه:

آهنگ تغییر تکانه‌ی یک جسم نسبت به زمان برابر برآیند نیروهای وارد بر جسم است.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(mv)$$

اگر در یک بازه‌ی زمانی تغییر تکانه‌ی یک جسم باشد، نیروی متوسط وارد بر آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\vec{\bar{F}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

تمرین ۳:

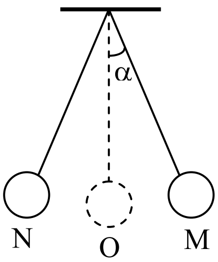
چکشی به جرم ۱/۵ کیلوگرم را با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به سر میخی می‌کوبیم. اگر زمان برخورد چکش با سر میخ ۰/۰۰۵ ثانیه باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می‌شود، چه مقدار است؟

$$\bar{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = m(\frac{v-v_۰}{\Delta t}) \quad \Rightarrow \quad |\bar{F}| = \left|۱/۵\,\frac{۰-۱۰}{۰/۰۰۵}\right| = ۳۰۰۰\ N$$

فصل سوم

حرکت نوسانی

حرکت نوسانی: حرکت دوره‌ای است که با گذشت زمان تکرار می‌شود. مثل گردش زمین به دور خورشید، گردش ماه به دور زمین، حرکت یک آونگ ساده و ...



حرکت هماهنگ ساده: یک حرکت نوسانی را هماهنگ ساده می‌گوییم وقتی مسیر رفت و برگشت متحرک روی یک پاره‌خط حول نقطه‌ای در وسط آن باشد. مثل حرکت آونگ وقتی زاویه بسیار کوچک باشد به طوری که بتوان تانژانت و سینوس آن را برابر گرفت.

دوره: در حرکت هماهنگ ساده بازه‌ی زمانی بین دو وضعیت یکسان و متوالی را دوره تناوب حرکت می‌نامیم و با T نشان داده می‌شود.

بسامد: در حرکت هماهنگ ساده تعداد دوره‌ها یا تعداد نوسان‌ها در یک ثانیه را بسامد می‌نامند و با f نشان داده می‌شود. یکای بسامد در SI، s^{-1} است که هرتز (Hz) نامیده می‌شود. پس بسامد وارون دوره است:

$$f = \frac{1}{T}$$

دامنه نوسان: در حرکت هماهنگ ساده اگر وضعیت تعادل نوسانگر را به عنوان مبدا مختصات در نظر بگیریم، بیشترین فاصله‌ی نوسانگر از مبدا مختصات را دامنه نوسان می‌نامیم و با A نشان داده می‌شود.

قانون هوک و نیروی بازگرداننده:

بر طبق قانون هوک هرگاه فنری در اثر اعمال نیرویی به اندازه‌ی جابه‌جایی X (دامنه نوسان) کشیده یا متراکم شود، نیروی بازگرداننده‌ای در خلاف جهت حرکت آن وارد می‌شود که تمایل دارد فنر را به حالت تعادل اولیه خود بازگرداند. این نیروی بازگرداننده به ضریب سختی فنر (k) بستگی دارد. هر چقدر فنر سخت‌تر باشد (k بیشتر) این نیرو به مراتب بیشتر خواهد بود.

$$\vec{F} = -k\,\vec{X}$$

معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده:

با استفاده از قانون دوم نیوتون و حل معادله‌ی درجه دوم به دست آمده، خواهیم داشت:

معادله مکان: $x = A\sin\omega t$

معادله سرعت: $v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t$

معادله شتاب: $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\sin\omega t = -\omega^2 x$

بسامد زاویه‌ای: $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ω را بسامد زاویه‌ای می‌نامند. یکای بسامد زاویه‌ای رادیان بر ثانیه است.

رابطه‌ی بسامد زاویه‌ای و دوره‌ی تناوب:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \text{and} \qquad f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

تمرین ۱:

معادله حرکت نوسانگری در به صورت زیر است.

$$x = ۰/۰۵\, sin\, ۶۰\pi t$$

الف) دامنه، دوره و بسامد این حرکت چه مقدار است؟

ب) مکان نوسانگر را در لحظه‌ی صفر و در لحظه‌ی $\frac{۱}{۳۶۰}$ ثانیه به دست آورید.

پاسخ) الف: دامنه $A = ۰/۰۵\, m$

دوره $T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۶۰\pi} = \frac{۱}{۳۰}\, s$

بسامد $f = \frac{۱}{T} = ۳۰\ Hz$

ب:

$$x_{۰} = ۰/۰۵\, sin\, ۶۰\pi \times ۰ = ۰$$
$$x = ۰/۰۵\, sin\, ۶۰\pi \times \frac{۱}{۳۶۰} = ۰/۰۵\, sin\, \frac{\pi}{۶} = ۰/۰۲۵\, m$$

انرژی مکانیکی نوسانگر (دستگاه جرم-فنر):

انرژی پتانسیل کشسانی: $U_e = \frac{۱}{۲}kx^۲ = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲\sin^۲\omega t$

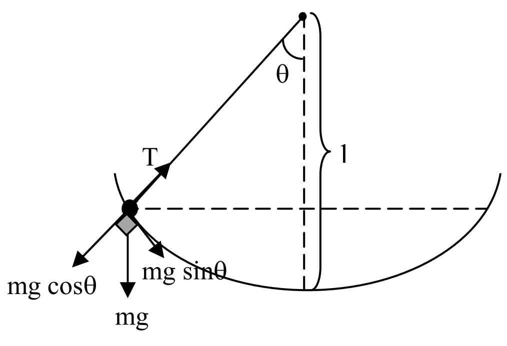
انرژی جنبشی نوسانگر: $K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲\cos^۲\omega t$

انرژی مکانیکی نوسانگر: $E = U_e + K = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲$

آونگ ساده

آونگ ساده عبارت است از یک جرم نقطه‌ای (m) که از نخی سبک آویزان است.

اگر آونگ را از موضع تعادلش به یک طرف ببریم و سپس رها کنیم، آونگ تحت تاثیر نیروی جاذبه‌ی زمین در یک صفحه قائم نوسان می‌کند. این حرکت تناوبی و نوسانی است. یک نوسان کامل زمانی اتفاق می‌افتد که گلوله از یک وضعیت و در یک جهت دوباره عبور کند.



شکل مقابل آونگی به طول l و به جرم m که با خط قائم زاویه‌ی θ می‌سازد نشان می‌دهد. نیروهای وارد بر m عبارتند از نیروی گرانشی mg و نیروی کشش نخ T. نیروی mg را به یک مولفه مماسی mgsinθ و یک مولفه شعاعی mgcosθ تجزیه می‌کنیم. مولفه شعاعی نیروها، نیروی لازم برای به

وجود آوردن شتاب مرکز گرا را فراهم می‌کند تا جرم بتواند بر روی کمانی از دایره حرکت کند. مولفه مماسی یک نیروی بازگرداننده است که بر m اثر می‌کند و در جهت بازگرداندن آن به موضع تعادل است.

بنابراین نیروی بازگرداننده برابر است با: $F = -\, mg\sin\theta$

چنانچه θ کوچک باشد sinθ با تقریب خوبی با θ مساوی است. $\sin\theta \cong \theta = \frac{x}{l}$

در این صورت جابه‌جایی در طول کمان برابر است با $x = l\theta$ و برای زاویه‌های کوچک به طور تقریبی یک حرکت مستقیم بر خط راست است. بنابراین:

$$F = -\, mg\theta = -\, mg\frac{x}{l} = -\,(\frac{mg}{l})x$$

پس برای جابه‌جایی‌های کوچک نیروی بازگرداننده متناسب است با جابه‌جایی و در جهت مخالف آن می‌باشد.

با در نظر گرفتن $\frac{mg}{l} = k$، دوره تناوب آونگ ساده، هنگامی که دامنه آن کوچک باشد برابر است با:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

تمرین ۲:

اندازه‌ی دوره و بسامد حرکت نوسانی کم دامنه‌ی یک آونگ ساده به طول ۴۰ سانتی‌متر چقدر است؟ ($g=۱۰ m/s^۲$)

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۴}{۱۰}} = ۲\pi \times \frac{۲}{۱۰} \approx ۱/۲۵$$

$$f = \frac{۱}{T} = ۰/۸ \text{ Hz}$$

تمرین ۳:

طول آونگ ساده‌ی کم دامنه باید چند سانتی‌متر باشد تا بتواند در هر دقیقه ۳۰ نوسان انجام دهد؟ ($g=۱۰ m/s^۲$ و $\pi^۲ = ۱۰$)

$$T = \frac{t}{n} = \frac{۶۰}{۳۰} = ۲$$

$$T^۲ = ۴\pi^۲\frac{l}{g} \quad \Rightarrow \quad l = ۰/۹۸\, m = ۹۸c$$

تمرین ۴:

معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی یک نوسانگر در به صورت است.

الف) در چه زمانی پس از لحظه‌ی صفر، برای اولین بار سرعت نوسانگر به بیشترین مقدار خود می‌رسد؟

ب) در چه فاصله‌ای از مبدا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن خواهد شد؟